

بررسی تطبیقی تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده در روش تصمیم گیری چند معیاره

الهام وزیری راد^{۱*}

بهروز بصیرت^۲

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۸/۱۵ تاریخ چاپ: ۱۴۰۳/۱۱/۳۰

چکیده

انتخاب یک روش تصمیم گیری چند معیاره^۱ مناسب برای ارائه راه حلی برای یک مشکل تصمیم گیری چند معیاره معین، همیشه تلاشی چالش برانگیز است. برای حل یک مشکل تصمیم گیری چند معیاره خاص چالشی به عنوان انتخاب نوع روش وجود دارد، چرا که چندین روش تصمیم گیری چند معیاره با درجه های مناسبی مشابه وجود دارد، که هر کدام از تکنیک های آن دارای شباهت ها و الویت های انتخابی بسیار مشابه هستند. به طور مثال راه حل ایده آل تاپسیس^۲ و نوع غالب آن روش تاپسیس اصلاح شده^۳ دو روش بسیار مشابه هستند که برای یک نوع از مسائل تصمیم گیری چند معیاره قابل استفاده هستند. این مطالعه مقایسه هایی مبتنی بر شبیه سازی و تحلیل ریاضی این دو روش محبوب را به منظور روشن کردن سر در گمی در مورد انتخاب آنها برای حل مسائل تصمیم گیری چند معیاره ارائه می دهد.

واژگان کلیدی

تاپسیس، تاپسیس اصلاح شده، فاصله اقلیدسی^۴، مقایسه شبیه سازی^۵، تصمیم گیری چند معیاره، انتخاب روش^۶

^۱ دانشجوی دکتری، گروه مدیریت بازرگانی، واحد بیرجند، دانشگاه آزاد اسلامی، بیرجند، ایران. (نویسنده مسئول : e.vazirad@gmail.com)

^۲ استادیار، گروه ریاضی، واحد بیرجند، دانشگاه آزاد اسلامی، بیرجند، ایران. (behrooz.basirat@iaubir.a.ir)

¹ Multiple Attribute Decision Making (MADM)

² TOPSIS

³ Modified TOPSIS

⁴ Euclidean distance

⁵ Simulation comparison

⁶ Method selection

۱. مقدمه

انتخاب یک روش تصمیم‌گیری چند معیاره مناسب برای ارائه راه‌حلی برای یک مشکل تصمیم‌گیری چند معیاره معین، همیشه چالش برانگیز است، که نیاز به مقایسه کردن، انواع روش‌ها برای انتخاب آنها دارد (یه^۱، ۲۰۰۷). در حوزه تصمیم‌گیری چند معیاره، تکنیک اولویت‌سفرارش بر اساس شباهت به راه‌حل ایده‌آل تاپسیس بسیار مورد توجه است. این روش به دلیل سادگی و مفهوم زیربنایی آن که بهترین راه‌حل نزدیک‌ترین راه‌حل به راه‌حل ایده‌آل مثبت و دورتر از راه‌حل ایده‌آل منفی است در تصمیم‌گیری چند معیاره انتخاب می‌شود (چاکرابورتی و یه^۲، ۲۰۰۷). نوع دیگری از تاپسیس به نام تاپسیس اصلاح شده هم وجود دارد، که فرآیند آن به صورت، استخراج وزن هدف مبتنی بر آنتروپی با این استدلال که وزن دهی ممکن است همیشه امکان‌پذیر نباشد و وزن و ویژگی متفاوت از تاپسیس در هنگام حل مشکلات تصمیم‌گیری چند معیاره به کار گرفته شود، گسترش یافته است (چاکرابورتی و یه^۳، ۲۰۱۲).

هم تاپسیس و هم تاپسیس اصلاح شده برای حل مسائل تصمیم‌گیری چند معیاره توسط محققان و پزشکان مختلف استفاده شده است. تاپسیس به طور گسترده با بیش از ۱۳۰۰۰ استناد برای مشکلات تصمیم‌گیری چند معیاره کاربردی ناشی از، توابع ریاضی، سادگی و سهولت کاربرد آن استفاده شده است (یون و هوانگ، ۱۹۹۵). تاپسیس با الهام از روش‌های جدید و تحلیل تطبیقی بر اساس آن، به عنوان یکی از روش‌های اساسی تصمیم‌گیری چند معیاره ه شمار می‌رود. تاپسیس به طور گسترده در زمینه‌هایی مانند تصمیم‌گیری خرید و انتخاب ارائه‌دهنده، برون‌سپاری، تصمیم‌گیری در تولید، تجزیه و تحلیل عملکرد مالی، ارزیابی کیفیت خدمات، برنامه‌های کاربردی انتخاب آموزشی، انتخاب فناوری، انتخاب مواد، انتخاب محصول، ارزیابی استراتژی و برنامه ریزی مأموریت بحرانی استفاده شده است (دنگ و یه^۴، ۲۰۰۰). با نزدیک به ۱۰۰۰ استناد، تاپسیس اصلاح شده برای مطالعات تطبیقی (مقایسه‌ای) در تخمین وزن صفات و توسعه شاخص ترکیبی هدف استفاده شده است. این مطالعه همچنین در مدیریت منابع، انتخاب نرم‌افزار، ارزیابی زیست محیطی، ارزیابی پایداری، انتخاب مواد، انتخاب ماشین، ارزیابی فناوری، و توسعه روش‌های دیگر کاربرد دارد (هوانگ و یون^۴، ۱۹۸۱). تاپسیس یکی از روش‌های اساسی در حوزه تصمیم‌گیری چند معیاره به عنوان یکی از روش‌های پایه‌ای برای توسعه روش‌های متعدد، بسیار محبوب بوده است. تاپسیس اصلاح شده همچنین بر اساس روش تاپسیس ساخته شده است، به دلیل استفاده جدید از فرآیند استخراج وزن هدف بر اساس نظریه آنتروپی شانون، محبوبیت کاربردی را به دست آورد (چاکرابورتی و یه^۳، ۲۰۰۹). هم تاپسیس و هم تاپسیس اصلاح شده به مقادیر وزن مشخصه گسسته نیاز دارند که قبل از انجام محاسبات تعیین شوند. در تاپسیس، وزن منعکس‌کننده ترجیح نسبی تصمیم‌گیرنده از ویژگی است. از سوی دیگر، در تاپسیس اصلاح شده، وزن‌های ویژگی بر اساس اهمیت مبتنی

¹ yeh

² Chakraborty and Yeh

³ Deng and Yeh

⁴ Hwang and Yoon

بر آنتروپی آنها استخراج می شوند (یه، ۲۰۰۳). هر دوی این روش ها از اندازه گیری فاصله اقلیدسی^۱ یکسان استفاده می کنند، به جزء زمانی که وزن مشخصه با راه حل ترکیب شود. انتخاب بین این دو روش برای تصمیم گیرندگان بسیار چالش برانگیز است به دلیل شباهت بسیار زیاد آنها بین آنها در ساختارهای ریاضی و کاربرد آنها برای حل مسائل مشابه تصمیم گیری چند معیاره مانند کاربرد مدیریت آب، ارزیابی خطوط هوایی، انتخاب تأمین کننده، بنابراین، نیاز به ارزیابی و مقایسه این دو روش برای توجیه مناسب بودن و کاربرد آنها وجود دارد (محقق گوگل^۲، ۲۰۲۱).

در بخش های بعدی، ابتدا روش های تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده را ارائه می کنیم. سپس مقایسه های مبتنی بر مطالعه موردی و سپس تجزیه و تحلیل ریاضی ارائه می شوند.

۲. پس زمینه تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده

ابتدا قبل از این که روش های تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده را با در نظر گرفتن اینکه چگونه این روش ها برای حل یک مشکل تصمیم گیری چند معیاره به کار می روند، توضیح داده شوند، شکل عمومی از مسئله تصمیم گیری چند معیاره را ارائه می کنیم.

۲.۱. فرمول مسئله تصمیم گیری چند معیاره

هدف کلی مسئله تصمیم گیری چند معیاره، ارزیابی و رتبه بندی $A_i (i = 1, 2, \dots, I)$ بر اساس ویژگی های خاص است (زاوادسکاس^۳ و دیگران، ۲۰۱۵).

$C_j (j = 1, 2, \dots, J)$ مجموعه گزینه های جایگزین A_i گزینه های موجود برای تصمیم گیرنده را نشان می دهد که نیاز به رتبه بندی دارد. مجموعه صفات C_j نشان دهنده عوامل مؤثر بر انتخاب تصمیم گیرنده در حین رتبه بندی گزینه ها است. $A_i, W_j (j = 1, 2, \dots, J)$ وزن هایی را نشان می دهند که اهمیت نسبی صفات را نشان می دهد. وزن های مشخصه را می توان به عنوان یک بردار همانطور که در معادله (۱) نشان داده شده است، ارائه کرد (چاکرابورتی^۴، ۲۰۱۸).

$$W = W_j \quad (1)$$

ترجیح تصمیم گیرنده برای هر جایگزین A_i در برابر هر ویژگی C_j به عنوان رتبه عملکرد $x_{ij} (i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J)$ شناخته می شود. همانطور که در معادله (۲) نشان داده شده است، رتبه بندی عملکرد برای هر جایگزین در برابر هر ویژگی می تواند در قالب یک ماتریس تصمیم نمایش داده می شود (چانگ و یه، ۲۰۰۱).

¹ Euclidean distance

² Google scholar

³ Zavadskas

⁴ Chakraborty

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1J} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2J} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{I1} & x_{I2} & \dots & x_{IJ} \end{bmatrix} \quad (2)$$

با ماتریس تصمیم تعریف شده X و بردار وزن W در معادله (۱) و (۲)، مسئله تصمیم گیری چند معیاره، φ در معادله (۳) نشان داده شده است (چاکرابورتی و یه، ۲۰۱۲).

$$\varphi = \{X, \} \quad (3)$$

مسئله تصمیم گیری چند معیاره داده شده را می توان با استفاده از طیف وسیعی از روش های تصمیم گیری چند معیاره مناسب حل کرد. به طور کلی روش های تصمیم گیری چند معیاره به (a) یک روش عادی سازی و (b) یک تکنیک تجمیع امتیاز نیاز دارند. عادی سازی رتبه عملکرد x_{ij} را به یک واحد اندازه گیری قابل مقایسه تبدیل می کند. یک امتیاز وزنی کلی $V_i (i = 1, 2, \dots, I)$ برای هر جایگزین با اعمال تجمیع که وزن ها را با رتبه بندی های عملکرد ترکیب می کند، محاسبه می شود. رتبه بندی نهایی گزینه ها با استفاده از نمره کلی انجام می شود (چاکرابورتی، ۲۰۱۸).

۲.۲ روش تاپسیس

تاپسیس بر این فرض اساسی استوار است که بهترین راه حل کمترین فاصله را از راه حل مثبت ایده آل دارد و بیشترین فاصله را از راه حل منفی ایده آل دارد. گزینه های جایگزین با استفاده از یک شاخص کلی محاسبه شده براساس فاصله از راه حل های ایده آل رتبه بندی می شوند. روش تاپسیس را می توان به صورت مجموعه ای از مراحل نشان داده شده در زیر توضیح داد (زلنی، ۱۹۸۲):

گام ۱: رتبه بندی عملکرد نرمال شده را محاسبه کنید.

عادی سازی برداری برای به دست آوردن رتبه بندی عملکرد نرمال شده از معادله (۲) اعمال می شود (چاکرابورتی و یه، ۲۰۰۷).

در این روش، هر رتبه عملکردی x_{ij} در X بر هنجار آن تقسیم می شود. رتبه بندی نرمال شده $y_{ij} (i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J)$ را می توان با معادله (۴) محاسبه کرد (چاکرابورتی و یه، ۲۰۱۲).

$$y_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^I x_{ij}^2}} \quad (4)$$

این فرآیند تبدیل مقایسه بین ویژگی ها را با واحدهای بدون بُعد آسان تر می کند. با این حال، به دلیل طول مقیاس نابرابر، چالش هایی در انجام مقایسه مستقیم دارد (اولسون^۱، ۲۰۰۱). رتبه بندی عملکرد نرمال شده y_{ij} را می توان به عنوان یک ماتریس Y همانطور که در معادله (۵) نشان داده است، مشاهده کرد.

¹ Olson

$$Y = \begin{matrix} & y_{11} & y_{12} & \dots & y_{1J} \\ y_{21} & y_{21} & y_{22} & \dots & y_{2J} \\ & y_{l1} & y_{l2} & \dots & y_{lJ} \end{matrix} \quad (5)$$

گام ۲: وزن را با رتبه بندی ها ادغام کنید.

رتبه بندی عملکرد وزنی و نرمال شده v_{ij} ($i = 1, 2, \dots, j = 1, 2, \dots, J$) در معادله های (۱) و (۵) محاسبه شده است. همانطور که در معادله (۶) نشان داده شده است. این رتبه بندی های وزن دار برای تشکیل ماتریس تصمیم گیری وزنی نرماب شده در معادله ماتریس تصمیم گیری V ترکیب می شود (چاکرابورتی، ۲۰۱۸).

$$v_{ij} = W_j * ; (i = 1, 2, \dots, I; j = 1, 2, \dots, J) \quad (6)$$

$$V = \begin{matrix} & v_{11} & v_{12} & \dots & v_{1J} \\ v_{21} & v_{21} & v_{22} & \dots & v_{2J} \\ & v_{l1} & v_{l2} & \dots & v_{lJ} \end{matrix} \quad (7)$$

گام ۳: راه حل های ایده آل مثبت و منفی را پیدا کنید.

A^* و A^- به ترتیب به عنوان مجموعه ای راه حل های ایده آل مثبت و منفی نشان داده می شوند که می توانند از معادله (۷) تشخیص داده شوند. مانند:

$$A^* = |v^*1, v^*2, \dots, v^*J| \quad (8)$$

$$A^- = |v^{-1}, v^{-2}, \dots, v^{-J}|$$

(۹)

جایی که :

اگر v_{ij} بیشترین منفعت باشد $v^*J = \max v_{ij}$

اگر v_{ij} بیشترین هزینه باشد $\min v_{ij}$

اگر v_{ij} بیشترین منفعت باشد $v^{-J} = \min v_{ij}$

اگر v_{ij} بیشترین هزینه باشد $\max v_{ij}$

(چاکرابورتی و یه، ۲۰۱۲).

گام ۴: مقادیر جدا سازی را بدست آورید.

معیار جدا سازی فاصله هر رتبه بندی جایگزین از هر دو راه حل ایده آل مثبت و منفی است که با استفاده از تئوری فاصله اقلیدسی به دست می آید. معادله های (۱۰) و (۱۱) به ترتیب روند محاسبات جداسازی مثبت و منفی را نشان می دهند. (لین^۱ و دیگران، ۲۰۱۱).

¹ Lin

$$S^*i = \sqrt{\sum_{j=1}^J (v_{ij} - v^*j)^2} \quad (10)$$

$$S-i = \sqrt{\sum_{j=1}^J (v_{ij} - v - j)^2} \quad (11)$$

گام ۵: امتیاز کلی اولویت را محاسبه کنید.

امتیاز کلی ترجیح v_j برای هر جایگزین A_j همانطور که در معادله (۱۲) نشان داده شده است به دست می آید.

$$V_i = \frac{S-i}{S-i + S^*i} \quad (12)$$

گزینه های جایگزین بر اساس مقادیر V_i بالاتر رتبه بندی می شوند (یه^۱، ۲۰۰۳).

۳.۲. روش تاپسیس اصلاح شده

تاپسیس اصلاح شده وزن های ویژگی را با رتبه بندی های عملکرد به روشی کمی متفاوت در مقایسه با تاپسیس ترکیب می کند. مشابه روش تاپسیس، نمره عملکرد کلی از فاصله از راه حل های مثبت و منفی به دست می آید. فاصله با وزنه های جایگزین مرتبط است (دنگ و یه، ۲۰۰۰).

تاپسیس اصلاح شده استفاده از وزن های جایگزین با فواصل اقلیدسی را پیشنهاد می کند. تاپسیس اصلاح شده تمام جنبه های مثبت تاپسیس را به ارث می برد و ظاهراً استفاده از فاصله اقلیدسی غیر وزنی را در تاپسیس تصحیح می کند. روش تاپسیس اصلاح شده از طریق مراحل زیر توضیح داده شده است (همان منبع).

گام ۱: ماتریس تصمیم اصلی را عادی کنید. ماتریس تصمیم گیری نرمال شده، مانند تاپسیس محاسبه می شود. ماتریس را می توان مانند معادله (۵) ارائه کرد.

گام ۲: راه حل های ایده آل را شناسایی کنید.

B^* و B^- به ترتیب به عنوان راه حل های ایده آل مثبت و منفی تعریف می شوند و می توان آنها را به عنوان برچسب رتبه بندی عملکرد نرمال شده از معادله (۵) به دست آورد. مانند:

$$B^* = [y^*1, y^*2, \dots, y^*J] \quad (13)$$

$$B^- = [y-1, y-2, \dots, y-J] \quad (14)$$

¹ Yeh

جایی که:

اگر $Y^*J \{ \max y_{ij} ,$ منفعت باشد

$\{ \min y_{ij} ,$ اگر J یک ویژگی هزینه باشد

اگر $Y-J \{ \min y_{ij} ,$ منفعت باشد

$\{ \max y_{ij} ,$ اگر J یک ویژگی هزینه باشد

(کو^۱، ۲۰۱۷).

گام ۳: فاصله اقلیدسی وزنی را به دست آورید.

فواصل اقلیدسی وزنی از راه حل های ایده آل مثبت و منفی برای جایگزین های A_i از معادله های (۱)، (۵)، (۱۳) و

(۱۴) به دست می آید.

$$D^*i = \sqrt{\sum_{j=1}^J W_j (y_{ij} - y^*j)^2}$$

(۱۵)

$$D-i = \sqrt{\sum_{j=1}^J w_j (y_{ij} - y - j)^2}$$

(۱۶)

جایی که $W_j (j = 1, 2, \dots, J)$ وزن برای صفات $C_j (j = 1, 2, \dots, J)$ است (دنگ و یه، ۲۰۰۰).

گام ۴: نمره عملکرد کلی را به دست آورید.

امتیاز کلی برای هر جایگزین A_i به دست می آید مانند:

$$V_i = \frac{D-i}{D-i + D^*i}$$

(۱۷)

امتیاز عملکرد V_i برای رتبه بندی گزینه های رقیب استفاده می شود. مقدار امتیاز بالاتر نشان دهنده عملکرد جایگزین بهتر است (همان منبع).

۳. مقایسه بین تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده

روش های تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده تحت دو تنظیم وزن متفاوت مقایسه می شوند: (a) همه ویژگی ها دارای وزن مساوی هستند و (b) وزن های ویژگی (صفت) برابر نیست.

رتبه بندی (THE) Times Higher Education برای دانشگاه ها یکی از معتبرترین رتبه بندی ها برای دانشگاه های سراسر جهان است. رتبه بندی دانشگاه ها (جایگزین ها در این مطالعه) از ۵ شاخص کلیدی (ویژگی های

¹ Kuo

این مطالعه) تشکیل شده است: (۱) تدریس، (۲) پژوهش، (۳) استنادات، (۴) درآمد صنعت و (۵) چشم انداز بین المللی.

به پنج ویژگی به ترتیب وزن های ۳۰ درصد، ۳۰ درصد، ۲۰٫۵ درصد و ۷٫۵ درصد داده می شود که برخی از ویژگی ها دارای ویژگی های فرعی وزنی هستند. نمرات در هر ویژگی با استفاده از امتیاز Z جمع آوری و تنظیم می شود، بنابراین همه نمرات در یک مقیاس از ۱۰۰ هستند و قبل از به دست آوردن امتیازات کلی نیازی به عادی سازی بیشتر نیست. جدول ۱ نمرات هر ویژگی را برای ۲۰ دانشگاه برتر در رتبه نشان می دهد (تی.اچ آموزش و پرورش^۱، ۲۰۲۰).

امتیاز کلی برای هر جایگزین (دانشگاه) نشان داده شده در جدول ۱. با استفاده از وزن افزودنی ساده (SAW) به دست می آید که در آن نمرات فردی در هر صفت در وزن مربوطه ضرب و سپس اضافه می شود. سپس از این امتیاز کلی برای کسب رتبه استفاده می شود (زیونتس و والنیوس^۲، ۱۹۸۳). ما از این نمرات عملکرد برای جایگزین ها (دانشگاه ها) در برابر پنج ویژگی همانطور که در جدول ۱ نشان داده شده است و وزن های مشخصه تعیین شده توسط THE برای به دست آوردن رتبه بندی استفاده کرده ایم. هر دو روش تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده برای رتبه بندی جایگزین ها (دانشگاه ها) استفاده شد. جدول ۲ نتایج رتبه بندی تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده را در مقایسه با رتبه بندی THE اصلی نشان می دهد. نتایج رتبه بندی نشان می دهد که روش های مختلف، رتبه بندی های متفاوتی را ایجاد می کنند. رتبه بندی تاپسیس بیشتر برای ۱۰ دانشگاه برتر و برخی تغییر رتبه ها برای دانشگاه های دیگر مشابه بود. تاپسیس اصلاح شده تغییرات بسیار بیشتری را در رتبه بندی نشان می دهد. مطالعات گذشته نشان داد که نتایج رتبه بندی متفاوتی معمولاً با روش های مختلف مشهود است و تکنیک هایی برای انتخاب مناسب ترین روش ها پیشنهاد شده است. ما هیچ توجیهی از اسناد رتبه بندی نمی بینیم که چرا SAW نسبت به سایر روش های معتبر و به همان اندازه مناسب مانند تاپسیس استفاده شده است. این موضوع مسائل اساسی انتخاب روش برای مسائل تصمیم گیری چند معیاره را برجسته می کند. با این حال، در این مطالعه ما نگران این واقعیت هستیم که تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده دو نتیجه رتبه بندی ایجاد کردند که در جدول ۲ نشان داده شده است، که علی رغم منشاء ریاضی یکسان و ساختارهای بسیار مشابه، بسیار متفاوت هستند. این نتایج مطالعه موردی ساده نیاز به تحقیق و مقایسه بین تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده را برجسته می کند (چاکرابورتی و ماندال^۳، ۲۰۱۸).

¹ T.H. Education

² Zions and Wallenius

³ Chakraborty and Mandal

۲.۳. مقایسه با تنظیمات وزن برابر

۱.۲.۳. نتایج شبیه سازی

ما یک شبیه سازی حل مسئله با بیش از ۱۰۰۰ مسئله تصمیم گیری چند معیاره (به طور تصادفی تولید شده) با تنظیمات وزن ویژگی برابر انجام دادیم. برای هر شکل، روش های تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده نتایج رتبه بندی یکسانی را ایجاد می کنند. این نتیجه را می توان با اثبات ریاضی زیر توجیه کرد (آیدوگان^۱، ۲۰۱۱).

۲.۲.۳. تجزیه و تحلیل ریاضی

معادله (۱۲) تاپسیس با استفاده از معادلات (۱۰) و (۱۱) گسترش می یابد.

$$V_i = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^J (v_{ij} - v_{-j})^2}}{\left(\sqrt{\sum_{j=1}^J (v_{ij} - v_{*j})^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^J (v_{ij} - v_{-j})^2} \right)} \quad (18)$$

معادله (۱۸) را می توان با اعمال معادلات (۶) و (۹)، بیشتر گسترش داد.

$$V_i = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^J (w_j y_{ij} - w_j y_{-j})^2}}{\left(\sqrt{\sum_{j=1}^J (w_j y_{ij} - w_j y_{*j})^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^J (w_j y_{ij} - w_j y_{-j})^2} \right)} \quad (19)$$

یا

$$V_i = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^J w_j^2 (y_{ij} - y_{-j})^2}}{\left(\sqrt{\sum_{j=1}^J w_j^2 (y_{ij} - y_{*j})^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^J w_j^2 (y_{ij} - y_{-j})^2} \right)} \quad (20)$$

با تنظیمات وزن برابر، با اعمال $W_j = W$ در معادله (۲۰)

$$V_i = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^J w^2 (y_{ij} - y_{-j})^2}}{\left(\sqrt{\sum_{j=1}^J w^2 (y_{ij} - y_{*j})^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^J w^2 (y_{ij} - y_{-j})^2} \right)} \quad (21)$$

یا

$$V_i = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^J (y_{ij} - y_{-j})^2}}{\left(\sqrt{\sum_{j=1}^J (y_{ij} - y_{*j})^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^J (y_{ij} - y_{-j})^2} \right)} \quad (22)$$

جدول ۱

¹ Aydogan

۲۰ امتیاز برتر رتبه بندی دانشگاه های جهان توسط Times Higher Education در سال ۲۰۲۰

Rank	Name	Overall	Teaching	Research	Citations	Industry Income	International Outlook
1	University of Oxford	95.4	90.5	99.6	98.4	65.5	96.4
2	California Institute of Technology	94.5	92.1	97.2	97.9	88	82.5
3	University of Cambridge	94.4	91.4	98.7	95.8	59.3	95
4	Stanford University	94.3	92.8	96.4	99.9	66.2	79.5
5	Massachusetts Institute of Technology	93.6	90.5	92.4	99.5	86.9	89
6	Princeton University	93.2	90.3	96.3	98.8	58.6	81.1
7	Harvard University	93	89.2	98.6	99.1	47.3	76.3
8	Yale University	91.7	92	94.8	97.3	52.4	68.7
9	University of Chicago	90.2	89.1	91.4	96.7	52.7	76
10	Imperial College London	89.8	84.5	87.6	97	69.9	97.1
11	University of Pennsylvania	89.6	87.5	90.4	98.2	74	65
12	Johns Hopkins University	89.2	81.7	91.4	98.3	91.3	73.2
13	University of California, Berkeley	88.3	83	90.6	99.2	46.1	70.4
13	ETH Zurich	88.3	81.8	92.8	90.3	56.8	98.2
15	UCL	87.1	77.8	88.7	96.1	42.7	96.2
16	Columbia University	87	85.6	82.6	98.2	44.8	79.3
17	University of California, LA	86.8	83.1	88.6	97.3	51.3	64.1
18	University of Toronto	85.5	76.6	89.5	93.6	50.5	84.7
19	Cornell University	85.1	79.7	86	96.6	37.1	73.4
20	Duke University	84	82.4	76.8	97	99.9	61.5

جدول ۲

۲۰ مقایسه رتبه بندی دانشگاه های جهان

Name	THE Rank	TOPSIS Rank	Modified TOPSIS Rank
University of Oxford	1	1	2
California Institute of Technology	2	2	1
University of Cambridge	3	3	4
Stanford University	4	4	5
Massachusetts Institute of Technology	5	7	3
Princeton University	6	5	6
Harvard University	7	6	8
Yale University	8	8	11
University of Chicago	9	9	12
Imperial College London	10	12	7
University of Pennsylvania	11	10	13
Johns Hopkins University	12	11	9
University of California, Berkeley	13	14	15
ETH Zurich	13	13	10
UCL	15	16	14
Columbia University	16	17	18
University of California, Los Angeles	17	15	19
University of Toronto	18	18	16
Cornell University	19	19	20
Duke University	20	20	17

جدول ۳

ماتریس تصمیم گیری بورسیه تحصیلات تکمیلی برای شبیه سازی

Alternatives	Attributes				
	C1	C2	C3	C4	C5
A1	690	3.1	9	7	4
A2	590	3.9	7	6	10
A3	600	3.6	8	8	7
A4	620	3.8	7	10	6
A5	700	2.8	10	4	6
A6	650	4	6	9	8

به طور مشابه تاپسیس اصلاح شده در معادله (۱۷) را می توان با استفاده از معادلات (۱۵) و (۱۶) گسترش داد.

$$V_i = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^J w_j (y_{ij} - y_{-j})^2}}{(\sqrt{\sum_{j=1}^J w_j (y_{ij} - y_{*j})^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^J w_j (y_{ij} - y_{-j})^2})} \quad (23)$$

با تنظیمات وزن برابر، با اعمال $W_j = W$ در معادله (۲۳)

$$V_i = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^J w (y_{ij} - y_{-j})^2}}{(\sqrt{\sum_{j=1}^J w (y_{ij} - y_{*j})^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^J w (y_{ij} - y_{-j})^2})} \quad (24)$$

یا

$$V_i = \frac{\sqrt{\sum_{j=1}^J (y_{ij} - y_{-j})^2}}{(\sqrt{\sum_{j=1}^J (y_{ij} - y_{*j})^2} + \sqrt{\sum_{j=1}^J (y_{ij} - y_{-j})^2})} \quad (25)$$

با مقایسه معادلات (۲۲) و (۲۵)، مشاهده می شود که این دو روش یکسان هستند. این توضیح ریاضی همان نتایج رتبه بندی به دست آمده در طول مطالعه شبیه سازی را توجیه می کند. همچنین شباهت های ساختاری شدید بین دو روش را برجسته می کند و نیاز به بررسی بیشتر در وزن های غیر برابر را توجیه می کند (عربامری^۱، ۲۰۱۹).

۳.۳. مقایسه با تنظیمات وزن برابر

یک مطالعه شبیه سازی و نتایج قبل از ارائه یک مقایسه ریاضی از روش ها تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده تحت تنظیمات وزن غیر برابر ارائه شده است.

۳.۳.۱. نتایج شبیه سازی شده

در این مطالعه شبیه سازی، از ماتریس تصمیم گیری در مورد رتبه بندی متقاضیان بورسیه تحصیلات تکمیلی ارائه شده، استفاده شده است. جدول ۳ ماتریس تصمیم را نشان می دهد.

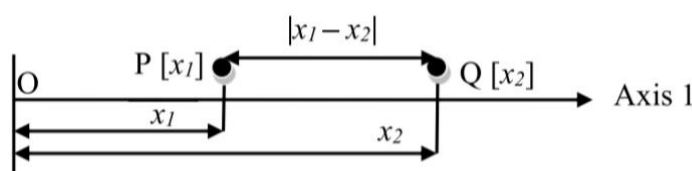
شبیه سازی با وزن برابر $W = (0.2, 0.2, 0.2, 0.2, 0.2)$ برای پنج ویژگی آغاز شده است. با این تنظیمات برابر، مشکل تصمیم گیری تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده، حل می شود. نتایج رتبه بندی به دست آمده، یکسان هستند و به عنوان نتایج پایه استفاده می شوند.

سپس وزن های مشخصه به تدریج با یک مرحله ۰٫۱ تغییر می کند و ۱۲۶ مجموعه وزن متمایز بین محدوده (۰٫۶ و ۰٫۱ و ۰٫۱ و ۰٫۱ و ۰٫۱ و ۰٫۱) و (۰٫۱ و ۰٫۱ و ۰٫۱ و ۰٫۱ و ۰٫۶) تولید می شوند. گام افزایش ۰٫۱ تصمیم گرفته شده است زیرا تغییرات قابل توجهی در نتایج مورد نیاز برای این مطالعه ایجاد می کند.

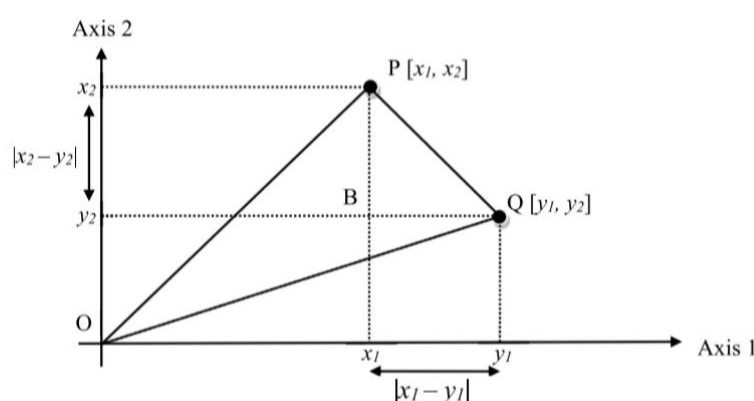
¹ Arabameri

برای هر مجموعه ای از وزن ها، مشکل تصمیم گیری چند معیاره با استفاده از دو روش تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده حل می شود. شبیه سازی نشان می دهد که ۷۰ درصد از ۱۲۶ ست وزنه، نتایج رتبه بندی متمایزی را برای دو روش ایجاد می کند (تی.اچ آموزش و پرورش، ۲۰۲۰).

نتایج شبیه سازی و بخش های قبلی برای تنظیمات وزن برابر، این واقعیت را برجسته می کند که تنها تفاوت بین تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده در نحوه ترکیب وزن و ویژگی در طول محاسبات است. بررسی دقیق تر معادله تاپسیس یافته (۲۰) و معادله تاپسیس اصلاح شده گسترش یافته (۲۳) نشان می دهد که تنها تفاوت بین این دو روش این است که W^2j ، در تاپسیس استفاده می شود، اما Wj در تاپسیس اصلاح شده هنگام محاسبه فاصله از راه حل های ایده آل مثبت و منفی استفاده می شود. بنابراین، تجزیه و تحلیل ریاضی بیشتر تحت تنظیمات وزن غیر برابر برای تعیین تفاوت های این روش ها مورد نیاز است (همان منبع)



شکل ۱. فاصله در فضای یک بُعدی



شکل ۲. فاصله در فضای دو بُعدی

۳.۳.۲. تجزیه و تحلیل ریاضی

روش تاپسیس اصلاح شده نشان می دهد که فاصله بین رتبه بندی های عملکرد باید وزن شود، به جای رتبه بندی عملکرد، همان طور که در تاپسیس انجام می شود. با در نظر گرفتن این استدلال منطقی و معتبر، این معادله از نظریه اقلیدسی پایه گرفته است (گریناکر^۱، ۲۰۰۸).

یک مسئله تک بُعدی با دو بردار $P [x1]$ و $Q [x2]$ که در شکل ۱ نشان داده شده است.

فاصله بین P و Q به صورت زیر به دست می آید:

¹ Greenacre

$$|PQ| = dx = |x_1 - x_2|$$

(۲۶)

اگر بُعد دارای وزن باشد، فاصله وزنی را می توان به صورت زیر بیان کرد.

$$Dx = W_1 |x_1 - x_2|$$

(۲۷)

اکنون مسئله دو بُعدی را با بردارهای $P[x_1, x_2]$ و $Q[y_1, y_2]$ همانطور که در شکل ۲ نشان داده شده است در نظر بگیرید.

با استفاده از قضیه فیثاغورث برای مثلث قائم الزاویه، از شکل ۲ می توانیم فاصله بین P و Q را به صورت زیر بنویسیم:

$$|PQ| = (dx)^2 = (x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 \quad (28)$$

یا

$$dxy = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2} \quad (29)$$

با اعمال معادلات (۲۶) و (۲۷) فاصله اقلیدسی وزنی دو بُعدی را می توان از معادله (۲۹) به صورت زیر بدست آورد.

$$Dxy = \sqrt{(W_1|x_1 - y_1|)^2 + (W_2|x_2 - y_2|)^2} \quad (30)$$

به طور مشابه، فاصله اقلیدسی و فاصله اقلیدسی وزنی را می توان برای مسائل سه بُعدی با $P[x_1, x_2, x_3]$ و $Q[y_1, y_2, y_3]$ همانطور که به ترتیب در معادلات (۳۱) و (۳۲) نشان داده شده است، به دست آورد (همان منبع).

$$dxy = \sqrt{(x_1 - y_1)^2 + (x_2 - y_2)^2 + (x_3 - y_3)^2} \quad (31)$$

$$Dxy = \sqrt{(W_1|x_1 - y_1|)^2 + (W_2|x_2 - y_2|)^2 + (W_3|x_3 - y_3|)^2} \quad (32)$$

فاصله اقلیدسی وزنی برای بردارهای P و Q با ابعاد $(j = 1, 2, \dots, J)$ را می توان به صورت مشابه به دست آورد.

$$Dx = \sqrt{\sum_{j=1}^J (W_j |x_j - y_j|)^2} \quad (33)$$

یا

$$Dx = \sqrt{\sum_{j=1}^J W_j^2 (x_j - y_j)^2} \quad (34)$$

مشتق ریاضی معادله (۳۴) ثابت می کند که هنگام محاسبه فاصله اقلیدسی وزنی، باید از وزن مجذور استفاده شود. چند بُعدی مورد استفاده در اشتقاق مشابه مسئله تصمیم گیری چند معیاره است، حل با تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده که در آن ویژگی ها به عنوان ابعاد در نظر گرفته می شوند (وانگ^۱ و دیگران، ۲۰۲۱). مقایسه بین معادله (۳۴) و معادله (۲۰) تاپسیس و معادله تاپسیس اصلاح شده (۲۳) ثابت می کند که روش تاپسیس وزن را به شیو ای صحیح اعمال می کند.

¹ Wang

مفهوم وزن دهی فاصله معرفی شده در تاپسیس اصلاح شده معتبر و منطقی است. روش تاپسیس اصلاح شده وزن هدف را با استفاده از مفهوم آنتروپی بر اساس تغییرات اطلاعات مسئله تصمیم گیری چند معیاره بدست می آورد. این وزن هدف اهمیت نسبی ویژگی ها را از نظر تأثیر آنها بر نتایج تصمیم نشان می دهد (ژو^۱ و دیگران، ۲۰۱۹). روش استخراج وزن مبتنی بر آنتروپی که توسط نویسندگان روش تاپسیس اصلاح شده معرفی شده است، زمانی معتبر و بسیار مهم است که وزن هدف تعیین شود. وزن هدف باید متفاوت از وزن های مشخصه ارائه شده توسط تصمیم گیرنده باشد و هرگز نباید در فرآیند حل مشکل تصمیم گیری چند معیاره بدست استفاده شود. وزن قطعاً می تواند تصمیم گیرنده را در مورد اهمیت ویژگی ها نشان دهد تا تصمیم گیرنده بتواند در حل مسئله دقت کند. حتی اگر وزن هدف استخراج شده در روش تصمیم گیری چند معیاره بدست اعمال شود، خطا به دلیل نحوه اعمال وزن همانطور که در معادله (۲۳) مشخص شده است، منتشر می شود. از سوی دیگر، اگرچه روش تاپسیس از وزن دهی رتبه عملکرد نرمال شده استفاده می کند و مفهوم وزن دهی فاصله را به صراحت اعمال نمی کند، ساختار ریاضی تاپسیس به طور ضمنی مشابه با فاصله اقلیدسی وزنی است که در معادله (۲۰) نشان داده شده است (اوزجان و چلیک^۲، ۲۰۲۱).

۴. نتیجه گیری

این مطالعه شبیه سازی گسترده و مقایسه های مبتنی بر اثبات ریاضی بین دو روش تصمیم گیری چند معیاره پر کاربرد ارائه کرده است: روش تاپسیس و روش تاپسیس اصلاح شده. ارزیابی ها اعتبار استدلال های ارائه شده برای تاپسیس اصلاح شده را نشان می دهد، اما استفاده از فرآیند ادغام وزن در طول تجمیع نامناسب است. مفهوم استخراج وزن هدف در تاپسیس اصلاح شده برای درک اهمیت معیارها و برای استخراج وزن هایی که تصمیم گیرنده اولویت های وزنی را ارائه نکرده است معتبر و بسیار مفید است. با این حال، روشی که وزن گنجانده می شود، رتبه بندی نادرستی ایجاد می کند، زیرا وزن در فرآیند تجمیع مربع می شود. ثابت شده است که روش تاپسیس فرآیند تجمیع وزنی صحیح را ارائه می دهد و باید برای مشکلات تصمیم گیری چند معیاره که در آن تاپسیس و تاپسیس اصلاح شده می توان از آن استفاده کرد.

این مطالعه به نفع تصمیم گیرندگانی خواهد بود که از انتخاب بین این دو روش مطمئن نیستند و سر در گمی بین مدیران و تصمیم گیرندگان را از بین می برد.

منابع و مآخذ

- A. Arabameri, et al., GIS-based groundwater potential mapping in shahroud plain, Iran. a comparison among statistical (bivariate and multivariate), data mining and MCDM approaches, Sci. Total Environ. 658 (2019) 160–177.
- C.H. Yeh, A problem-based selection of multi-attribute decision-making methods, Int. Trans. Oper. Res. 9 (2) (2002) 169–181.

¹ Zhou

² Özcan and Çelik

- C.H. Yeh, The selection of multiattribute decision making methods for scholarship student selection, *Int. J. Sel. Ass.* 11 (4) (2003) 289–296.
- C.H. Yeh, The selection of multiattribute decision making methods for scholarship student selection, *Int. J. Sel. Ass.* 11 (4) (2003) 289–296.
- H. Deng, C.-H. Yeh, R. Willis, Inter-company comparison using modified TOPSIS with objective weights, *Comput. Op. Res.* 27 (10) (2000) 963–973.
- C.L. Hwang, K. Yoon, *Multiple Attribute Decision Making Methods and Applications*, Springer, Berlin Heidelberg, 1981.
- C.-T. Lin, C.-B. Chen, Y.-C. Ting, An ERP model for supplier selection in electronics industry, *Expert Syst. Appl.* 38 (3) (2011) 1760–1765.
- C. Wang, G.G. Yen, F. Zou, A novel predictive method based on key points for dynamic multi-objective optimization, *Expert Syst. Appl.* (2021) 116127.
- E.K. Aydogan, Performance measurement model for Turkish aviation firms using the rough-AHP and TOPSIS methods under fuzzy environment, *Expert Syst. Appl.* 38 (4) (2011) 3992–3998.
- G. scholar, Google scholar -modified TOPSIS, 2021, [cited 2021 05/12/2021]; Available from: https://scholar.google.com/scholar?hl=en&as_sdt=0%2C5&q=Inter-company+comparison+using+modified+TOPSIS+with+objective+weights&btnG=.
- K.P. Yoon, C.-L. Hwang, *Multiple Attribute Decision Making: An Introduction*, Vol. 104, Sage publications, 1995.
- D.L. Olson, Comparison of three multicriteria methods to predict known outcomes, *European J. Oper. Res.* 130 (3) (2001) 576–587.
- M. Zeleny, *Multiple Attributes Decision Making*, McGraw-Hill, New York, 1982.
- M. Greenacre, Chapter 4: Measures of distance between samples: Euclidean, 2008, [cited 2020 05/02/2020]; Available from: <http://www.econ.upf.edu/~michael/stanford/maeb4.pdf>.
- M. Zhou, et al., Evidential reasoning approach with multiple kinds of attributes and entropy-based weight assignment, *Knowl.-Based Syst.* 163 (2019) 358–375.
- S. Chakraborty, C.-H. Yeh, A simulation based comparative study of normalization procedures in multiattribute decision making. in: *Proceedings of the 6th Conference on 6th WSEAS Int. Conf. on Artificial Intelligence, Knowledge Engineering and Data Bases*, 2007.
- S. Chakraborty, C.-H. Yeh, A simulation comparison of normalization procedures for TOPSIS, in: *2009 International Conference on Computers & Industrial Engineering*, IEEE, 2009.
- S. Chakraborty, C.-H. Yeh, Comparison based group ranking outcome for multiattribute group decisions, in: *2012 UKSim 14th International Conference on Computer Modelling and Simulation*, IEEE, 2012.
- S. Chakraborty, A. Mandal, A novel TOPSIS based consensus technique for multiattribute group decision making, in: *2018 18th International Symposium on Communications and Information Technologies, ISCIT*, IEEE, 2018.
- S. Zionts, J. Wallenius, An interactive multiple objective linear programming method for a class of underlying nonlinear utility functions, *Manage. Sci.* 29 (5) (1983) 519–529.

- S. Özcan, A.K. Çelik, A comparison of TOPSIS, grey relational analysis and COPRAS methods for machine selection problem in the food industry of Turkey, *Int. J. Prod. Manag. Eng.* 9 (2) (2021) 81–92.
- T. Kuo, A modified TOPSIS with a different ranking index, *European J. Oper. Res.* 260 (1) (2017) 152–160.
- T.H. Education, World university rankings 2020: methodology, 2020, [cited 2020 5/2/2020]; Available from: <https://www.timeshighereducation.com/worlduniversity-rankings/world-university-rankings-2020-methodology>.
- E.K. Zavadskas, et al., Development of TOPSIS method to solve complicated decision-making problems—An overview on developments from 2000 to 2015, *Int. J. Inf. Technol. Decis. Mak.* 15 (03) (2016) 645–682.
- Y.-H. Chang, C.-H. Yeh, Evaluating airline competitiveness using multiattribute decision making, *Omega* 29 (5) (2001) 405–415.

Comparative study of TOPSIS and modified TOPSIS in multi-criteria decision making method

Elham vaziriri rad ^{*1}

Behrouz Bazirat ²

Abstract

Selecting a suitable multi-criteria decision-making method to provide a solution to a particular multi-criteria decision-making problem is always a challenging endeavor. To solve a particular multi-criteria decision-making problem, there is a challenge as the choice of the method type, because there are several multi-criteria decision-making methods with similar suitability degrees, each of whose techniques has very similar similarities and selection priorities. For example, the ideal TOPSIS solution and its dominant variant, the modified TOPSIS method, are two very similar methods that can be used for the same type of multi-criteria decision-making problems. This study presents simulation-based and mathematical analysis-based comparisons of these two popular methods in order to clarify the confusion about their selection for solving multi-criteria decision-making problems.

Keywords

TOPSIS, Modified TOPSIS, Euclidean distance, Simulation comparison, Multiple Attribute Decision Making (MADM), Method selection

¹ Ph.D student, Department of Business Management, Birjand Branch, Islamic Azad University, Birjand, Iran. (*Corresponding Author: Email: e.vazirirad@gmail.com)

² Assistant Professor, Department of Mathematics, Birjand Branch, Islamic Azad University, Birjand, Iran. Email: behrooz.basirat@iaubir.a.ir